

ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η Διακριτική Παραγοντική Ανάλυση (Analyse Factorielle Discriminante-AFD-) γενικώς μελετά δεδομένα που προέρχονται από q γνωστές εκ των προτέρων ομάδες (κλάσεις) μιας ποιοτικής μεταβλητής, στις οποίες εντάχθηκαν οι N στατιστικές μονάδες βάσει p ποσοτικών κριτηρίων. Με δεδομένο ότι γνωρίζουμε την «a priori απάντηση» σε ποια κλάση ανήκει κάθε «στατιστική μονάδα», θέλουμε να ξέρουμε εάν αυτές οι κλάσεις είναι καλά διαχωρισμένες και από ποια κριτήρια.

Θεωρούμε, λοιπόν, ένα σύνολο N στατιστικών μονάδων στο οποίο παρατηρούμε ένα ποιοτικό χαρακτηριστικό Y , στο οποίο ορίζουμε q διαβαθμίσεις. Κάθε στατιστική μονάδα παρουσιάζει μία μόνο διαβάθμιση του χαρακτηριστικού Y . Κατ' αυτόν τον τρόπο ορίζεται ένας διαμελισμός του συνόλου των στατιστικών μονάδων σε q ομάδες. Συγχρόνως κάθε στατιστική μονάδα I_i περιγράφεται από p ποσοτικές μεταβλητές.

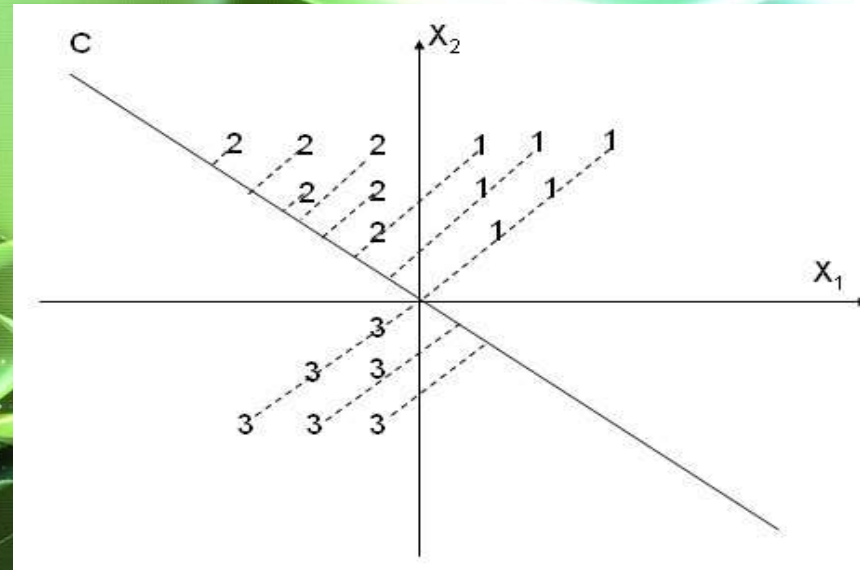
Τίθεται λοιπόν το εξής ερώτημα: «Κάτω από την επίδραση των p ποσοτικών μεταβλητών, κατά πόσο οι q διαμορφούμενες ομάδες είναι οριοθετημένες μεταξύ τους;»

Για να δοθεί απάντηση στο ερώτημα αυτό πρέπει να καθοριστεί ένας διακριτικός παράγοντας C , ο οποίος να συνδέεται γραμμικά με τις p αρχικές μεταβλητές και να διαχωρίζει όσο το δυνατόν καλύτερα τις q ομάδες που δημιουργούν οι στατιστικές μονάδες.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει ο νέος παράγοντας C να παίρνει τιμές τέτοιες ώστε:

- Για δύο στατιστικές μονάδες που **ανήκουν** στην ίδια ομάδα να είναι όσο το δυνατόν πιο γειτονικές.
- Για δύο στατιστικές μονάδες που **δεν ανήκουν** στην ίδια ομάδα να είναι όσο το δυνατόν πιο διαφορετικές.

Για παράδειγμα θεωρούμε ένα ποιοτικό χαρακτηριστικό ότι παρουσιάζει τρεις κλάσεις. Οι τρεις ομάδες των στατιστικών μονάδων που δημιουργούνται κάτω από την επίδραση δύο ποσοτικών μεταβλητών X_1 και X_2 παρουσιάζονται στο επίπεδο ως εξής:



Εικόνα 1: Προβολή τριών ομάδων στο διακριτικό παράγοντα C

Παρατηρούμε πως αν προβάλουμε ταυτόχρονα τις 3 ομάδες στον 1ο άξονα οι ομάδες 2 και 3 συγχέονται μεταξύ τους, ενώ αν προβάλουμε τις 3 ομάδες στον 2ο άξονα συγχέονται οι ομάδες 1 και 2. Η εικόνα της σύγχυσης όμως είναι κατά πολύ λιγότερη αν προβάλουμε τις 3 ομάδες πάνω στην ευθεία C, όπου ορισμένες μόνο στατιστικές μονάδες των τριών ομάδων εισέρχονται εντός των ορίων της γειτονικής τους ομάδας.

Εύκολα λοιπόν συμπεραίνει κανείς ότι η διακριτική ικανότητα της ευθείας C είναι σημαντικότερη των δύο ευθειών X_1 και X_2 .

Διαδικασία κατασκευής και ανάλυσης του νέφους $N(Q)$ των ομάδων των στατιστικών μονάδων

Έστω ο πίνακας δεδομένων $A(n \times p)$ και $X_1(n \times p)$ ο κεντραρισμένος πίνακας

Υπολογίζουμε τον πίνακα των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των p μεταβλητών

$$V = X_1' \times D_p \times X_1$$

$(p \times p) \quad (p \times n) \quad (n \times n) \quad (n \times p)$

Όπου D_p ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία

$$d(i,i) = 1/n_i$$

με $d_{ij}=0$ για $i \neq j$ και n_i είναι το πλήθος των στατιστικών μονάδων κάθε κλάσης i ($i=1,..,q$), όπως ορίστηκε πριν την ανάλυση από τον ερευνητή βάσει κάποιων παρατηρήσεων που διαθέτει.

Θεωρούμε στη συνέχεια q σημεία $\{A_j^q : g_1, \dots, g_p \text{ και } j=1, \dots, p\}$ του χώρου R^p . Κάθε σημείο A_j^q είναι εφοδιασμένο με το βάρος της κλάσης του n_i .

Έτσι δημιουργείται το νέφος των σημείων $N(Q)$ των q ομάδων του ποιοτικού χαρακτηριστικού Y που περιγράφεται από τις p μέσες τιμές g_j που παρατηρήθηκαν για κάθε μεταβλητή j σε κάθε ομάδα q του χαρακτηριστικού Y

Ο πίνακας V των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων μπορεί να διασπαστεί σε δύο άλλους πίνακες, τους V_G και V_I . Ο πίνακας V_G είναι ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων μεταξύ των q ομάδων, ενώ ο πίνακας V_I είναι ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων εντός των q ομάδων. Μεταξύ των τριών πινάκων ισχύει η ακόλουθη σχέση η οποία αποτελεί και το **θεώρημα του Huggens**.

$$V = V_G + V_I$$

Όπου

V είναι ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των p μεταβλητών

V_G είναι ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων μεταξύ των q ομάδων

V_I είναι ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων εντός των q ομάδων

Ο πίνακας V_G υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση

Ο πίνακας V_G υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση

Όπου D_q ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία

$$d(i,i) = n_i/n$$

οπότε

$$V_I = V - V_G$$

Προσδιορισμός των διακριτικών παραγόντων

Η μετρική του Machalanobis

$V^{-1} = O$ αντίστροφος πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων V των p μεταβλητών

Οι διακριτικοί παράγοντες προσδιορίζονται από τις χαρακτηριστικές ρίζες που προκύπτουν από τον πίνακα $V^{-1} \cdot G_p$ ο οποίος όμως δεν είναι συμμετρικός

Διαδικασία αναγωγής του $V^{-1} \cdot G_p$ σε συμμετρικό πίνακα

Δημιουργούμε τον πίνακα $G_2(q,p) = D_q^{1/2}(q,q) \cdot G_1(p,q)$

Ακολουθώντας υπολογίζουμε τον τετραγωνικό και συμμετρικό πίνακα

$$W(q,q) = G_2(q,p) \cdot V^{-1}(p,p) \cdot G_2'(p,q)$$

Από τον οποίο υπολογίζουμε τις χαρακτηριστικές ρίζες λ_i οι οποίες αποτελούν την διακριτική ισχύ του αντίστοιχου διακριτικού παράγοντα που συνδέεται με τον παραγοντικό άξονα Δ_a

Οι διακριτικοί παράγοντες υπολογίζονται από τη σχέση

$$F_D(p,q-1) = V^{-1}(p,p) \cdot G_2'(p,q) \cdot WW(q,q-1)$$

Όπου $WW(q,q-1)$ ο πίνακας με τα χαρακτηριστικά διανύσματα

Η μελέτη των στατιστικών μονάδων ως προς το νέφος $N(Q)$

Εντοπισμός των συντεταγμένων των q κέντρων των ομάδων στο παραγοντικό επίπεδο βάσει της σχέσης

$$C_q(q, q-1) = G_2(q, p) \cdot F_D(p, q-1)$$

Οι συντεταγμένες των στατιστικών μονάδων βρίσκονται από τη σχέση

$$F_a(i) = \overset{p}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} X_1(i, j) \times F_D(j, a) \quad (i = 1, \dots, n), a(1, \dots, q-1)$$

Οι αποστάσεις από τα q κέντρα μάζας των στατιστικών μονάδων I_i υπολογίζονται σύμφωνα με την σχέση

$$M_I(i, j) = \overset{q-1}{\underset{a=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} [F_a(i) - C_a(j)]^2 \quad (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, q)$$

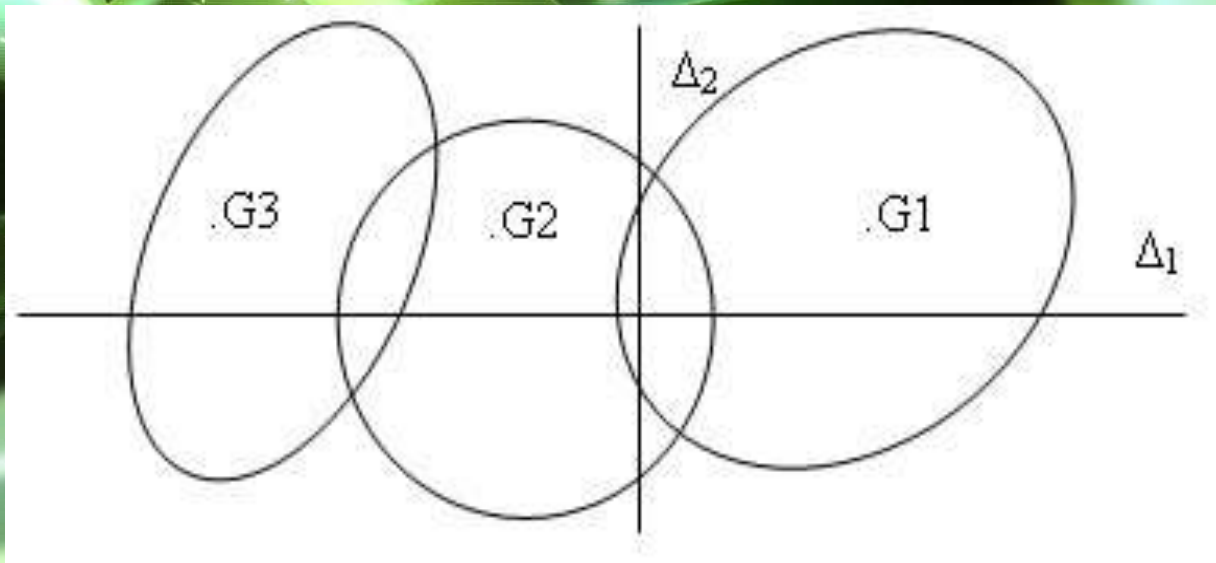
Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

		A priori ομάδες			
		K_1	K_j	K_q	
		G_1	n_{11}		
⋮				⋮	
A posteriori ομάδες	G_i	n_{ij}	$n_{i.}$
	⋮				⋮
	G_q		n_{qq}	$n_{q.}$
		$n_{.1}$	$n_{.j}$	$n_{.q}$	N

Τα στοιχεία n_{ii} της κύριας διαγωνίου του πίνακα παρουσιάζουν το πλήθος των στατιστικών μονάδων με το οποίο συμφώνησε η «**εκ των προτέρων**» τοποθέτηση αυτών από τον ερευνητή με την «**εκ των υστέρων**» τοποθέτηση που πραγματοποίησε η ανάλυση.

Το διακριτικό παραγοντικό επίπεδο

Η ταυτόχρονη προβολή των N στατιστικών μονάδων και των q κέντρων μάζης στο διακριτικό παραγοντικό επίπεδο Δ_1 και Δ_2 δίνει την ευκαιρία στον ερευνητή να διαπιστώσει κατά πόσο είναι συγκεντρωμένες οι στατιστικές μονάδες γύρω από τα κέντρα μάζης των ομάδων που σχηματίζουν, αλλά και να οριοθετήσει πάνω στο επίπεδο τις q ομάδες.



Διάγραμμα 2: Διακριτικό παραγοντικό επίπεδο 1×2 με τρεις ομάδες με διακριτική ικανότητα μικρότερη του 100%

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

Ο ερευνητής διαθέτει τις p παρατηρήσεις X_j ($j=1, \dots, p$) τις οποίες εκχωρεί στο διάνυσμα SP .

Στη συνέχεια υπολογίζει το κεντραρισμένο διάνυσμα CS και βρίσκει τις συντεταγμένες της συμπληρωματικής στατιστικής μονάδας στους διακριτικούς παράγοντες.

Επομένως οι συντεταγμένες του κεντραρισμένου διανύσματος προσδιορίζονται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$CS(s,j) = SP(s,j) - G_1(j)$$

Οι συντεταγμένες του συμπληρωματικού στοιχείου X_j ως προς τους διακριτικούς παραγοντικούς άξονες βρίσκονται από τη σχέση

$$F_a(s) = \mathring{\mathbf{a}} \sum_{j=1}^p CS(s, j) \times F_D(j, a) \quad (a = 1, \dots, q-1)$$

Η ομάδα της νέας στατιστικής μονάδας υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$\min\{\|F_a(s) - G_{ja}\|\} \text{ για } j=1, \dots, q \text{ και } a=1, \dots, q-1$$

Διακριτική ικανότητα κάθε μεταβλητής χωριστά

➤ Για την μελέτη της Διακριτικής ικανότητας κάθε μεταβλητής χωριστά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Ανάλυση της Διακύμανσης μ' ένα παράγοντα

$$\sum_{h=1}^q \sum_{i=1}^n (X_{jhi} - \bar{X}_j)^2 = \sum_{h=1}^q n_h \cdot (\bar{X}_{jh} - \bar{X}_j)^2 + \sum_{h=1}^q \sum_{i=1}^{n_h} (X_{jhi} - \bar{X}_{jh})^2$$

Συνολικό άθροισμα
τετραγώνων

Άθροισμα τετραγώνων
μεταξύ των ομάδων

Άθροισμα τετραγώνων
εντός των ομάδων

Όπου X_{jhi} η τιμή της X_j για την i -οστή παρατήρηση της h ομάδας. ($h=1, \dots, q$)

\bar{X}_{jh} ο μέσος της X_j για την h ομάδα ($h=1, \dots, q$)

\bar{X}_j ο μέσος της X_j στο σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος

Για να μετρηθεί η διακριτική ικανότητα της μεταβλητής X_j χρησιμοποιούμε την παρακάτω αναλογία

$$\eta^2 = \frac{\sum_{h=1}^q n_h \cdot (\bar{X}_{jh} - \bar{X}_j)^2}{\sum_{h=1}^q \sum_{i=1}^n (X_{jhi} - \bar{X}_j)^2}$$

και την κριτική τιμή F

$$F = \frac{\sum_{h=1}^q n_h \cdot (\bar{X}_{jh} - \bar{X}_j)^2 / (q-1)}{\sum_{h=1}^q \sum_{i=1}^n (X_{jhi} - \bar{X}_j)^2 / (n-q)}$$

Εφ' όσον

$$F_{(q-1, n-q)} \leq F$$

\Rightarrow

Χωρίς διακριτική ικανότητα

$$F_{(q-1, n-q)} > F$$

\Rightarrow

Ισχυρή διακριτική ικανότητα

Έστω ότι μία εταιρεία κινητής τηλεφωνίας ενδιαφέρεται να γνωρίσει αν οι νέοι καταναλωτές ηλικίας από 18 έως 35 ετών αγοράζει ένα κινητό με βάση την χαμηλή τιμή ή την ωραία εμφάνιση ή τέλος λόγω της υψηλής τεχνολογίας της συσκευής.

Για τον λόγο αυτό προτείνει σε 633 άτομα αυτών των ηλικιών να απαντήσουν σ' ένα ερωτηματολόγιο το οποίο περιλαμβάνει δημογραφικές ερωτήσεις, κοινωνικοοικονομικά στοιχεία και χαρακτηριστικά συμπεριφοράς :

Η ανάλυση προβλέπει τρία στάδια

1^ο στάδιο : Η διαπίστωση αν το ΦΥΛΟ παρουσιάζει την ομοιόμορφη συμπεριφορά ως προς το σύνολο των ερωτημάτων

2^ο στάδιο : Δημιουργία δύο ομάδων ΗΛΙΚΙΩΝ. Η μία από 18-25 ετών και η άλλη από 26 έως 35 ετών και στη συνέχεια η διαπίστωση κατά πόσο είναι ομοιογενείς οι δύο αυτές ομάδες ως προς το σύνολο των ερωτημάτων.

3^ο στάδιο: Η τμηματοποίηση των δύο ομάδων ηλικιών ως προς τα τρία ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΓΟΡΑΣ: «Χαμηλή Τιμή», «Ωραία εμφάνιση», και «Υψηλή τεχνολογία της συσκευής», για τον εντοπισμό της «**αγοράς στόχο**».

ΤΜΗΜΑ ΤΩΝ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Πίνακας 1: Τμήμα του πίνακα δεδομένων

IND	ΦΥΛ	ΗΛΙ	ΣΠΟ	ΚΑΤ	ΔΙΑ	ΟΙΚ	ΑΓΟ	ΣΥΝ	ΗΛΑ	ΑΚΤ	ΑΠΟ	ΠΡΟ	ΔΥΓ	ΑΝΑ
I1	2	2	3	2	2	2	1	2	1	1	2	3	2	2
I2	2	1	2	1	1	2	3	2	2	2	1	2	3	1
...	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
I632	2	2	2	3	2	1	2	2	2	1	2	3	1	1
I633	1	2	1	3	1	3	3	1	2	2	2	1	1	2

Πίνακας 2: Οι κωδικοί των μεταβλητών

<u>ΦΥΛ</u>	Φύλο	<u>ΣΥΝ</u>	Διάρκεια συνομιλιών
<u>ΗΛΙ</u>	Ηλικία	<u>ΗΛΑ</u>	Ακτινοβολία στο 6λεπτο/24ώρο
<u>ΣΠΟ</u>	Σπουδές	<u>ΑΚΤ</u>	Ακτινοβολία κατασκευής
<u>ΚΑΤ</u>	Τόπος κατοικίας	<u>ΑΠΟ</u>	Εξαρτήματα αποδέσμευσης
<u>ΔΙΑ</u>	Τρόπος διαμονής	<u>ΠΡΟ</u>	Προληπτικά μέτρα
<u>ΟΙΚ</u>	Οικονομική κατάσταση	<u>ΔΥΓ</u>	Δημόσια υγεία
<u>ΑΓΟ</u>	Κυριότερος παράγοντας αγοράς	<u>ΑΝΑ</u>	Ανακύκλωση

Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΦΥΛΟ

Από την ανάλυση προέκυψε ότι δεν υφίσταται ομοιογένεια στις απαντήσεις των δύο φύλων. Επομένως για τον προσδιορισμό της αγοράς στόχου η μεταβλητή **ΦΥΛΟ** μπορεί να αγνοηθεί, αφού οι απαντήσεις αγοριών και κοριτσιών στο σύνολο των ερωτημάτων δεν είναι αντιπροσωπευτικές για κάθε ομάδα, αφού η διακριτική ικανότητα ανέρχεται μόλις στο 57,5% .

Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ **ΗΛΙΚΙΑ** $K1=\{18-25\}$ και $K2=\{26-35\}$

Πίνακας 3: Πίνακας των a priori (K_i) και a posteriori (G_i) τοποθετήσεων

	$K1$	$K2$	
$G1$	347	50	397
$G2$	132	104	236
Σύνολο	479	154	633

Σύνολο καλώς ταξινομημένων 451: Ποσοστό 71,24%

Η ομοιογένεια που παρουσιάζουν, ως προς το σύνολο των ερωτημάτων, οι δύο ομάδες ηλικίας είναι αρκετά υψηλή, ανερχόμενη στο 71,24%. Ειδικότερα για τις ηλικίες από 18-25 ετών η ομοιογένεια ανέρχεται στο 72,44%, ενώ στις ηλικίες 26-25 ετών στο 67,53%.

Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΟΜΑΔΑΣ 18-25 ΕΤΩΝ

Με βάση τα τρία ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΓΟΡΑΣ

$K1 = \{\text{Χαμηλή τιμή}\}$ $K2 = \{\text{Ωραία εμφάνιση}\}$ $K3 = \{\text{Υψηλή τεχνολογία της συσκευής}\}$

Όσον αφορά στη πρώτη ομάδα έχουμε τα εξής αποτελέσματα

Πίνακας 4: Πίνακας των a priori (K_i) και a posteriori (G_j) τοποθετήσεων

	K1	K2	K3	
G1	48	87	20	155
G2	14	66	33	113
G3	14	72	125	211
Σύνολο	76	225	178	479

Σύνολο καλώς ταξινομημένων 239: Ποσοστό 49,89%

Πίνακας 5: Ποσοστά κατά στήλες

	K1	K2	K3
G1	63,16	38,67	11,25
G2	18,42	29,33	18,53
G3	18,42	32,00	70,22
	100	100	100

Για τους 239 νέους ηλικίας από 18 έως 25 ετών που παρουσιάζουν ομοιόμορφη συμπεριφορά ως προς την μεταβλητή Χαρακτηριστικά Αγοράς, παρατηρείται πολύ χαμηλό ποσοστό της διαβάθμισης «Ωραία εμφάνιση» το οποίο ανέρχεται στο 29,33%. Για τις δύο άλλες διαβαθμίσεις παρατηρούμε ότι το 63,16% προτιμά να αγοράζει κινητό με χαμηλή τιμή, ενώ το 70,22% αγοράζει κινητό με υψηλή τεχνολογία.

Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΟΜΑΔΑΣ 26-35 ΕΤΩΝ

Με βάση τα τρία ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΓΟΡΑΣ

$K1 = \{\text{Χαμηλή τιμή}\}$ $K2 = \{\text{Ωραία εμφάνιση}\}$ $K3 = \{\text{Υψηλή τεχνολογία της συσκευής}\}$

Πίνακας 6: Πίνακας των a priori (K_i) και a posteriori (G_i) τοποθετήσεων

	K1	K2	K3	
G1	33	13	14	60
G2	4	25	13	42
G3	8	11	33	52
Σύνολο	45	49	60	154

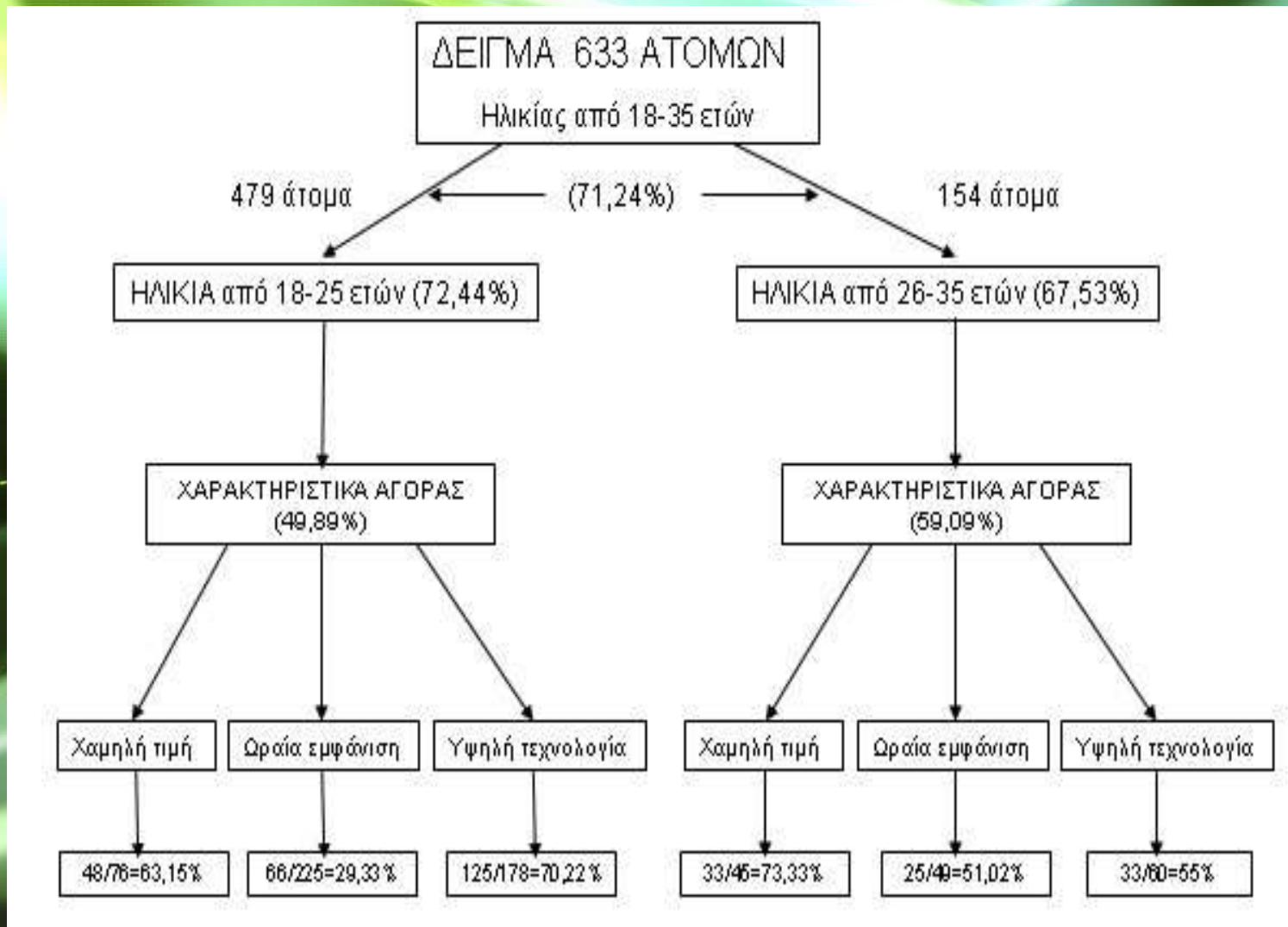
Σύνολο καλώς ταξινομημένων 91: Ποσοστό 59,09%

Πίνακας 7: Ποσοστά κατά στήλες

	K1	K2	K3
G1	73,33	26,53	23,33
G2	8,89	51,02	21,67
G3	17,78	22,45	55,00
	100	100	100

Όσον αφορά τους 91 νέους ηλικίας από 26 έως 35 με ομοιόμορφη συμπεριφορά, το 73,33% αγοράζει κινητό με χαμηλή τιμή, το 51,02% με ωραία εμφάνιση και το 55% προτιμούν να αγοράζουν κινητό με υψηλή τεχνολογία.

ΤΜΗΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

➤ Με δεδομένη την ιδιότητα της **διακριτικής ικανότητας** των παραγοντικών αξόνων που απορρέουν από την εφαρμογή της Διακριτικής Παραγοντικής Ανάλυσης, μπορεί ο αναλυτής να τμηματοποιήσει ένα δείγμα της αγοράς που διερευνά, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον του σε παράγοντες που κρίνει ότι επηρεάζουν τις πωλήσεις ενός αγαθού και να προσδιορίσει τις ομάδες στόχους που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο αγοραστικό ενδιαφέρον.

➤ Η εφαρμογή της Διακριτικής Παραγοντικής Ανάλυσης υπερέχει της διαδικασίας που προτείνει ο J.P Benzecri, για τον προσδιορισμό k ομοιογενών ομάδων κάτω από την επίδραση p ποσοτικών μεταβλητών, βάσει του **πλησιέστερου γείτονα** (η οποία στην Ελληνική βιβλιογραφία αναφέρεται ως **Διακρίνουσα Ανάλυση**), επειδή η συγκεκριμένη μέθοδος εφόσον εφαρμοστεί n φορές στο ίδιο δείγμα στατιστικών μονάδων, θα προκύψουν n διαφορετικές συνθέσεις των k προκαθορισμένων *a posteriori* ομάδων, λόγω της τυχαίας επιλογής του **δείγματος ελέγχου** σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας εφαρμογής της μεθόδου. Συνεπώς με την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης των Αντιστοιχιών θα προκύψουν n διαφορετικές αναλύσεις σε n διαφορετικά **δείγματα βάσης**.

Αντιθέτως με την εφαρμογή της Διακριτικής Παραγοντικής Ανάλυσης σ' ένα δείγμα n φορές θα προκύπτει κάθε φορά η ίδια σύνθεση των k **προκαθορισμένων a posteriori** ομάδων με την ίδια διακριτική ικανότητα για τους διακριτικούς παραγοντικούς άξονες, αποδεικνύοντας την υπεροχή της Δ.Π.Α από εκείνη της Διακρίνουσας Ανάλυσης.